¿Es la silogística aristotélica un trabajo matemático axiomatizado?*

Is Aristotelian Syllogistic an Axiomatized Mathematical Work?

Alfonso Ávila del Palacio†

Resumen

El objetivo de este trabajo es precisar las características metateóricas de los *Primeros Analíticos* de Aristóteles. Para ello, partimos de una distinción conceptual entre matematización, formalización y axiomatización a partir de la cual sea posible examinar los *Primeros Analíticos* destacando en qué sentido es o no un trabajo matematizado, formalizado y/o axiomatizado. Posteriormente, para aclarar todavía más la distinción conceptual, consideramos una matematización (la de Boole) y una axiomatización (la de Sánchez Mazas), ambas de la silogística aristotélica. De esa forma, consideramos que quedará más precisamente determinada la distinción conceptual con respecto a los *Primeros Analíticos* de Aristóteles.

Palabras clave: matematización - formalización - axiomatización - silogística aristotélica

Abstract

The aim of this paper is to clarify the metatheoretical characteristics of Aristotle's *Prior Analytics*. We start from a conceptual distinction between mathematization, formalization and axiomatization, from which it is possible to examine the *Prior Analytics*, establishing in what sense it is or is not a mathematized, formalized and/or axiomatized work. To clarify even further the conceptual distinction, we consider a mathematization (by Boole) and an axiomatization (by Sánchez Mazas), both of the Aristotelian syllogistic. In this way, we consider that the conceptual distinction with respect to *Prior Analytics* will be more precisely determined.

Keywords: mathematization - formalization - axiomatization - Aristotelian syllogistic

* Recibido: 23 de mayo de 2022. Aceptado: 13 de octubre de 2022.
† Para contactar al autor, por favor, escribir a: acavila@dgo.megared.net.mx.
Metatheoria 13(1)(2022): 1-20. ISSN 1853-2322. eISSN 1853-2330.

Publicado en la República Argentina.

1. Introducción

Nuestro objetivo en este trabajo consiste en precisar las características metateóricas de los *Primeros Analíticos* de Aristóteles. Para ello, trataremos primero de proponer una distinción conceptual entre matematización, formalización y axiomatización. Después, revisaremos las principales interpretaciones del trabajo de Aristóteles destacando los autores que proponen que es matemático y/o axiomático, y quienes piensan lo contrario. En seguida, examinaremos, con cierto detalle, el trabajo mismo de los *Primeros Analíticos* destacando en qué sentido es o no un trabajo matematizado, formalizado y/o axiomatizado; añadiendo, además, una interpretación general de la metodología de Aristóteles que se centra en las formas lingüísticas y no en el contenido de los argumentos, y proponiendo que hay una idea que subyace a toda la argumentación de los silogismos. Posteriormente, para aclarar todavía más la distinción conceptual, presentamos en los siguientes incisos una matematización (la de Boole) y una axiomatización (la de Sánchez Mazas), ambas de la silogística aristotélica. De esa forma, consideramos que quedará más precisamente determinada la distinción conceptual con respecto a los *Primeros Analíticos* de Aristóteles.

La aportación del presente escrito consiste en hacer una caracterización precisa de las características metateóricas del trabajo lógico de Aristóteles, así como presentar argumentos adicionales a los que aparecen en la literatura para sostener que el trabajo de Aristóteles no es matemático, ni está axiomatizado; lo cual, pensamos que aportara también una mayor claridad a la distinción conceptual entre una teoría matemática y una no matemática, una teoría formalizada y una no formalizada, y entre una teoría axiomatizada y una no axiomatizada.

2. ¿En qué consiste un trabajo matemático formalizado y/o axiomatizado?

Con respecto al trabajo de Boole (1847 y 1854), ¿por qué se suele decir que es matemático, y no todos dicen lo mismo del trabajo de Aristóteles (cs. IV a.C)? ¿Qué es lo que hace que el trabajo de Boole sea claramente matemático?

George Boole (1947), al algebrizar la lógica de Aristóteles, dice lo siguiente:

> Quienes están informados del estado actual de la teoría del Álgebra Simbólica saben que la validez de los procedimientos de análisis no depende de la interpretación de los símbolos utilizados, sino exclusivamente de las leyes de su combinación [...]. Tomando como fundamento este principio general, me propongo establecer el Cálculo de la Lógica para el que reclamo un lugar entre las formas conocidas del Análisis Matemático. (pp. 11 y 13)

De acuerdo con eso, la axiomatización que veremos más adelante, que llevó a cabo Sánchez Mazas (1954) y la simbolización que haremos de las conectivas aristotélicas, también serían matemáticas porque se trata de "análisis que no dependen de la interpretación de los símbolos utilizados, sino exclusivamente de las leyes de su combinación" (Boole 1947, p. 11). Aunque a eso nosotros, lo llamaríamos "formalizaciones".

Un sistema formal es un conjunto de elementos y operaciones entre ellos gobernados por ciertas reglas de manipulación sintáctica. Puede ser abstracto o concreto como el ajedrez; puede ser matemático o no. Basta que se cuente con ciertos elementos y sus reglas de manipulación sintáctica sin necesidad de apelar a la interpretación de los signos utilizados. De acuerdo con esta caracterización, los tres trabajos que veremos aquí de Aristóteles (s. IV a.C.), Boole (1847 y 1854) y Sánchez Mazas (1954) están formalizados.

Tal vez, el trabajo de Boole es una matematización porque, en vez de definir sus propios símbolos como lo haremos al revisar el trabajo de Aristóteles, o como lo hace Sánchez Mazas, Boole usa el objeto de estudio del Álgebra: =, x, +, –, 0, 1 y adopta las leyes del Álgebra a las que añade sólo una ley propia de su sistema: $x^n = x$. Lo que hizo en realidad Boole fue usar el Álgebra ordinaria, adaptándola un poco, para describir las operaciones lógicas que manejó Aristóteles en los *Primeros Analíticos*. En ese sentido, la de Boole es una teoría algebraica especial; y, por ello, es matemática. Como dice Corcoran: "Boole desarrolló un nuevo no cuantitativo y no geométrico brazo de la matemática: el álgebra de clases" (Corcoran 2003, p. 279).

Además, de todos los símbolos que usa Boole queremos destacar el de igualdad '=', que en él se comporta como en la Aritmética ordinaria, es decir, que es reflexivo, simétrico y transitivo; mientras que el símbolo '=' que usa Sánchez Mazas no es ni reflexivo ni simétrico, aunque sí es transitivo; y en nuestra simbolización de Aristóteles no usamos ese símbolo.

Wittgenstein pensaba, que la igualdad (=) caracterizaba a las matemáticas; ya que "lo esencial del método matemático es trabajar con ecuaciones" (Wittgenstein 1922, 6.2341). En cualquier caso, esto abonaría a la idea sugerida arriba de que sólo la propuesta de Boole es matemática.

Por otra parte, no decimos que los trabajos de Aristóteles y Sánchez Mazas, que examinaremos aquí, son matemáticos a pesar de ser sistemas abstractos formalizados que se bastan a sí mismos a partir de sus propias definiciones, porque las entidades que manejan no tienen un vínculo ni con la Aritmética, ni con la Geometría, ni con alguna otra rama de la matemática, lo que sí sucede con el trabajo de Boole. Lo que está implícito en esta afirmación es lo que sostuvo Cantor al decir:

> Los matemáticos son enteramente libres en su desarrollo, guiados sólo por la auto-evidencia concerniente a que sus nuevos conceptos no tengan contradicciones internas y establezcan relaciones definidas, organizadas por medio de definiciones, con los conceptos [matemáticos] existentes previamente. (Cantor 1883, inc. 8)

Lo que da a entender Cantor es que la matemática es una especie de telaraña interconectada, donde no hay elementos sueltos o pequeñas telarañas separadas del resto. Esta es una afirmación que tendría que ser discutida a profundidad, pero rebasa las pretensiones de este trabajo. En todo caso, la estamos tomando aquí como un argumento más para afirmar que los trabajos, que veremos más adelante, de Aristóteles y Sánchez Mazas no son matemáticos.

Con respecto a la axiomatización diremos que consiste en la ordenación de un tratado a partir de un grupo de axiomas, definiciones y leyes lógicas a partir de lo cual se deduce el resto de las afirmaciones de ese tratado. Como es bien sabido, aparte del trabajo clásico de los *Elementos* de Euclides (s. III a.C.), como un ejemplo en la Geometría, se encuentra el trabajo de Hilbert (1899) en la misma Geometría[1], entre muchos otros en diversos campos. Aquí presentaremos la axiomatización de la Silogística Aristotélica llevada a cabo por Sánchez Mazas (1954) por ser muy clara y fácil de manejar. Este último ejemplo lo compararemos con los *Primeros Analíticos* de Aristóteles y propondremos cuál podría ser el axioma principal de una axiomatización de los *Primeros Analíticos*.

3. Diversas interpretaciones del *Syllogismós*

Hay intérpretes destacados como Łukasiewicz (1957, p. 15) que piensan que "Aristóteles concibió [la silogística] como una teoría de relaciones especiales, como una teoría matemática".

Además, Łukasiewicz (1957) ve un silogismo, no como un conjunto de proposiciones: toda **b** es **c**: (Abc), toda **a** es **b** (Aab), por lo tanto, toda **a** es **c** (Aac), es decir, como una inferencia, tal como lo ven, por ejemplo, Corcoran (1992, p. 67) y Smiley (1973, p. 141); sino como una sola afirmación condicional: si toda **b** es **c** y toda **a** es **b**, entonces toda **a** es **c** (CKAbcAabAac); donde 'C' significa "si…entonces", 'K' significa "y", "A" significa "toda". En sus propias palabras: "Todos ellos son implicaciones teniendo la conjunción de las premisas como antecedente y la conclusión como consecuente" (Łukasiewicz, 1957, p. 2).

[1] "El sistema de Hilbert (1899) es más de acuerdo con Aristóteles que el de Euclides (s. III a.C.)" (Corcoran 1974b, nota 3, p. 91), porque este involucra reglas para hacer cosas.

> Por centurias se ha pensado que la silogística de Aristóteles era una codificación de argumentos; pero en los 50s Łukasiewicz ofreció una visión que eran ciertas afirmaciones condicionales universalmente verdaderas que fueron codificadas [...]. Si p, q son sentencias abiertas y Q es una cadena de cuantificadores universales, uno por cada variable libre en (p ⊃ q), entonces Q (p ⊃ q) es un condicional universalizado. (Corcoran, 1974a, pp. 278-279)

Tomando en cuenta su idea, Łukasiewicz (1957) presenta de qué forma la silogística aristotélica está axiomatizada introduciendo los siguientes términos primitivos: 'C' significa "si…, entonces", 'K' significa "y", 'A'[2] significa "todos", 'I' significa "algunos", E = NI, y O = NA, donde N es la negación.

Axiomas:

1) Aaa
2) Iaa
3) CKAbcAabAac (Barbara)
4) CKAbcIbaIac (Datisi)

Reglas de inferencia:

a) Podemos sustituir **a** por **b**
b) Si C$\alpha\beta$ y α son afirmados, entonces β es afirmado (Modus Ponens) (Łukasiewicz 1957, p. 88)

Tanto Łukasiewicz (1957) como, por otra parte, Ross (1957), ven el resto de los silogismos válidos como teoremas de los axiomas que proponen. Łukasiewicz prueba los teoremas a partir de sus 4 axiomas, 2 reglas de inferencia y el auxilio de su Teoría de la Deducción que él presenta con tres axiomas: 1) Silogismo Hipotético: CCpqCCqrCpr; 2) Ley de Clavius: CCNppp; y 3) ley de D. Scoto: CpCNpq. Aunque el mismo Łukasiewicz (1957) dice con respecto a la axiomatización de los silogismos que "no es completamente satisfactoria" (p. 98). En cualquier caso, para contestar la pregunta acerca de si la Silogística Aristotélica es una teoría axiomatizada, examinaremos directamente la obra de Aristóteles y ejemplificaremos cómo tendría que ser una silogística axiomatizada a partir del trabajo de Sánchez Mazas.

Por otra parte, no todos piensan que la Silogística es una teoría matemática axiomatizada formada de condicionales. Por ejemplo, Corcoran (1992) está en contra de la interpretación de Łukasiewicz.

Corcoran (1992) piensa que "La práctica de la prueba demostrativa tuvo evidentemente sus raíces en Jonia durante la época de Thales, quizás menos de dos siglos antes de que Aristóteles emprendiera su estudio" (Corcoran 1992, 72).

> No obstante, como dice Neugebauer (1957, p. 146) "Decir que la matemática griega del estilo euclideo es un acontecimiento estrictamente griego, [como sugiere Corcoran], no significa negar el trasfondo general oriental para la matemática griega en su conjunto". Sobre esto, Gillings (1972, pp. 232-234) defiende la idea de que los egipcios, contrariamente a lo que se creía, dieron a menudo pruebas matemáticas tan rigurosas como las realizadas por los griegos. (Ávila, 2017, p. 69)

De cualquier forma, la práctica demostrativa fue anterior a Aristóteles; y las pruebas de que disponía Aristóteles podemos decir que eran, de acuerdo con Corcoran (1992, p. 71), esencialmente las mismas que usa Euclides[3]. Sea como sea, existía un cuerpo considerable de pruebas disponibles para Aristóteles como datos para su estudio. De hecho, Aristóteles conocía las pruebas matemáticas que se hacían en la Academia de Platón, algunas de las cuales aparecen en el *Fedro* y en *La República* (Ross 1957, p, 24).

Corcoran (1992) sostiene que, a partir de conocer las pruebas matemáticas, lo que hizo Aristóteles fue un cambio de enfoque. En lugar de hacer pruebas, estudió como una ciencia las pruebas mismas. A eso le llama Corcoran la Revolución Aristotélica. Pero, a diferencia de Corcoran, Ross (1957) ve el trabajo de Aristóteles no como una ciencia, sino como "un arte que enseña a la gente a evitar los malos

---

2 'A' para universal positivo, 'I' para particular positivo, 'E' para universal negativo, y 'O' para particular negativo, como en la lógica medieval, de <u>a</u>ff<u>i</u>rmo y n<u>e</u>g<u>o</u>.

3 Como lo sostiene también Mueller (1981).

argumentos [...]. La teoría es considerada como auxiliar de la práctica [...] de pensar correctamente" (p. 25).

También dispuso Aristóteles del conocimiento de las entidades abstractas de la matemática que el mismo Platón explicó en la *República* cuando habla de los números puros, por ejemplo.

> Otro paso hacia delante fue el descubrimiento de entidades abstractas, atemporales, estáticas que subyacen a los procesos individuales concretos temporales y dinámicos de la prueba demostrativa [...]. Los *Primeros Analíticos* es el primer trabajo conocido que considera las pruebas como abstracciones atemporales disponibles para su investigación de forma análoga al modo en que ya se consideraban los números y las figuras geométricas. (Corcoran 1992, p. 73, 74)

Lo cual no significa que la teoría aristotélica sea un trabajo matemático, como sí lo cree Łukasiewicz y el mismo Corcoran;[4] sino sólo que trabaja, como la matemática, con entidades abstractas. En el inciso anterior dimos algunas ideas para identificar un trabajo matemático e, incluso, lo ejemplificaremos con la Lógica de Boole en el inciso 6.

"El descubrimiento más importante de Aristóteles fue la idea de que una prueba consiste en inferir consecuencias a partir de premisas que sabemos que son verdaderas, es decir, en ver la prueba como Verdad y Consecuencia" (Corcoran 1992, 74). como dice también Ross (1957, p. 1), "su objeto [de la silogística] es establecer la naturaleza de las proposiciones que formalmente justifican una cierta conclusión".

Frente a Łukasiewicz, Corcoran defiende la idea de que Aristóteles presenta en los primeros capítulos de los *Primeros Analíticos* la lógica subyacente de varios trabajos axiomáticos. En ese sentido, la lógica de los silogismos no es una axiomatización, sino que funciona como la base de varias axiomatizaciones; y "la lógica subyacente la expone como un sistema de deducción natural, es decir, como la más fundamental suerte de razonamiento" (Corcoran 1974b, p. 97). Corcoran (1992) dice que "Aristóteles diseñó una teoría de la deducción como parte de su teoría de la prueba" (p. 74). "En ese sentido, Aristóteles fue el fundador de la lógica tal como fue desarrollada por Hilbert" (Corcoran 1992, nota 3, p. 91).

Smiley (1973), por su parte, se pregunta si los silogismos no son condicionales descritos axiomáticamente, como propone Lukasiewics, entonces ¿qué son? Y responde: son un sistema de deducción natural con reglas de inferencia. Para mostrar eso, Smiley construye un sistema.

Para lo cual, inicia, no con axiomas, sino con las siguientes reglas de inferencia:

1) De Aab, Abc se infiere Aac
2) De Aab, Ebc se infiere Eac
3) De Eba se infiere Eab
4) De Aba se infiere Iab[5] (141)

Entre sus teoremas se encuentran:

- $P \vdash P$
- Transitividad
- $X P^c \vdash Q^c$, entonces $XQ \vdash P$[6].
- $\dfrac{X_1 Q^c}{P} \quad \dfrac{X_2}{P^c} \quad \vdash \quad \dfrac{X_1 X_2}{Q}$ Reducción a lo imposible

[4] "Aristóteles –dice Corcoran (2003, p. 277)– es, con mucho, más científico y matemático porque toma su sistema deductivo como un objeto de interés científico".

[5] Las reglas 3 y 4 cancelan la posibilidad de que exista un término vacío.

[6] XP^c denota una colección de enunciados X a la que se agrega P^c. P^c significa lo contrario de P, Q^c, lo contrario de Q, etcétera.

El sistema de Smiley permite hacer árboles como el siguiente:

$$\dfrac{\dfrac{Aab \quad Abc}{Aac} \qquad \dfrac{Ecd}{Ecd}}{Ead}$$

E, incluso, construir silogismos no aristotélicos: Aca, Adb, Icd $\vdash$ Iab

Concordando con Corcoran, Smiley (1973) piensa que un silogismo aristotélico no es un condicional, "Para Aristóteles –dice– un silogismo es esencialmente algo con una estructura deductiva" (p. 136). Por otra parte, "Aristóteles distingue entre silogismo ostensivo y por reducción a lo imposible marcando una genuina distinción entre clases de silogismos; lo cual no tiene sentido si como dice Łukasiewicz el silogismo es un condicional" (p. 136). Si fuera un condicional, continúa Smiley, se podría dar algo como lo siguiente: Aab, Eab $\vdash$ Ica.

> El tratamiento de Łukasiewicz falla también en hacer justicia a la teoría de Aristóteles de reducción de silogismos [...]. Esta descripción hace excelente sentido si los silogismos son mirados como argumentos: P, Q entonces R puede expandirse en P, Q entonces S, entonces T, entonces U o R; o en P supóngase no R, entonces no Q, pero Q, entonces R. (Smiley 1973, p. 137)

Así pues, según Corcoran y Smiley, Aristóteles vio la lógica como un canon de inferencia. El punto de Corcoran y Smiley es que Aristóteles no presenta su silogística axiomáticamente, sino como un sistema de Deducción Natural.

Para tratar de dilucidar estas interpretaciones contrapuestas las de Łukasiewicz y Ross, por un lado, y la de Corcoran y Smiley, por el otro, revisaremos directamente el texto de Aristóteles y en los siguientes dos apartados, revisaremos una axiomatización y una matematización de la silogística aristotélica. Con esos elementos esperamos sugerir una respuesta a la pregunta de si la silogística de Aristóteles es un trabajo matemático axiomatizado o no y si los silogismos son condicionales o sistemas deductivos, es decir, argumentos. En el proceso, formalizaremos un poco más el trabajo de Aristóteles para mayor claridad de este y propondremos nuevos argumentos para sostener una interpretación cercana a las de Corcoran y Smiley con algunos elementos nuevos. Por ejemplo, no pensamos que el trabajo de Aristóteles sea matemático como, al parecer, lo pensó incluso Corcoran (véase arriba nota 4).

4. El *Syllogismós* de Aristóteles

Con la silogística de Aristóteles "Estamos ante la obra cumbre de la lógica aristotélica...la construcción más genuinamente formal erigida por el Estagirita", dice Candel (1995, t. II, p. 85) en su Introducción a los *Primeros Analíticos.* Aristóteles presenta su teoría de los silogismos asertóricos en los capítulos 1, 2, 4, 5 y 6 del primer libro de los *Primeros Analíticos,* con antecedentes en *Categorías* 5: 2a34-2b7, donde habla de las sustancias primarias, de los géneros y las especies, y acerca de cuándo se puede predicar un término de otro, y en *Interpretaciones* 7[7] donde expone su doctrina de la contradicción. A pesar de exponer Aristóteles su teoría en 5 capítulos, la discute con más detalle en los capítulos 7, 23-30, 42 y 45 del primer libro de los *Primeros Analíticos* (Corcoran 1974b, inc. 1.2). Los capítulos 1, 2, 4, 5, 6 y los últimos mencionados del primer libro serán los que tomaremos en cuanta para nuestro análisis.

Bochenski (1968) le ha llamado a eso la segunda lógica porque fue desarrollada después de la primera y más primitiva lógica de *Tópicos* y *Refutaciones Sofistas*, pero antes de la lógica modal que aparece en los capítulos 3 y 8 a 22 del primer libro de los *Primeros Analíticos.*

---

[7] Aunque Ross (1957) prefiere no considerar estas dos obras "cuya autenticidad no es certera y no tratan con el razonamiento" (p. 2).

Aristóteles inicia los *Primeros Analíticos* con las siguientes palabras: "Digamos primero sobre qué es la investigación y a qué corresponde, aclarando que es sobre la demostración (*apodeixis*) y corresponde a la ciencia demostrativa" (ξ 24a10).[8] O, más precisamente, "Un silogismo es un discurso en el cual ciertas cosas son establecidas y otras cosas se siguen necesariamente de las establecidas" (ξ 24b18). En seguida define los elementos de que se compone todo razonamiento deductivo a partir de las expresiones lingüísticas mediante las cuales se expresan.

Aquí queremos destacar nuestra primera interpretación del trabajo de Aristóteles. Dado que parte de un análisis lingüístico, podemos sostener que Aristóteles, sin decirlo explícitamente, parte de un análisis del lenguaje y termina por afirmar que un argumento es válido o no dependiendo de su estructura lingüística y no de lo que se afirma o niega. En ese sentido es formal, como dice Candel (1995, t. II, p. 85), aunque descrito con palabras y sólo usando letras como variables para los términos de una proposición.

A partir de ahí, define "proposición", "término" y "argumento" (*syllogismós*) de la siguiente forma: "La **Proposición** es un enunciado afirmativo o negativo de algo acerca de algo; este enunciado puede ser universal, particular o indefinido" (ξ 24ª15).

Aristóteles los simboliza con dos letras mayúsculas: AB, CB, AC; la primera para el predicado y la segunda para el sujeto unidos mediante diferentes constantes lógicas o conectores, que explicaremos más adelante. Dado que la lógica no habla de hombres, perros o mortales, "Aristóteles introduce letras A, B, C," en su lugar (Łukasiewicz 1957, p. 2)

Con respecto a las proposiciones **universales**

> El que una cosa –dice Aristóteles– esté contenida en el conjunto de otra y el que una cosa se predique acerca de toda otra es lo mismo.[9] Decimos que se predica de cada uno cuando no es posible tomar nada acerca de lo cual no se diga el otro término y de igual manera en el caso acerca de ninguno. (ξ 24b)

"Llamo **particular** a darse en alguno o no darse en alguno o no darse en todos" (ξ 24a).

> Esta clasificación es semejante a la que emplea Frege (1879) en su *Conceptografía* cuando explica su simbología para un juicio universal: '$\vdash \alpha - X(\alpha)$' significa que todas las α tienen la propiedad X. Por otro lado, '$\vdash \neg\alpha - X(\alpha)$' significa que no toda α tiene la propiedad X, o bien, "que hay algunas cosas que no tienen la propiedad X" (Frege, 1879 ξ12). (Ávila 2023, p. 23)

"Llamo **indefinido** –continúa Aristóteles– a darse o no darse sin indicar lo universal ni lo particular" (ξ 24a); y se simboliza de la siguiente forma:

'AB', significa "A se da [se predica de] en B"
'~(AB)', significa "A no se da [no se predica de] en B"

Tanto A como B son **términos** categóricos, es decir, conceptos o grupos de cosas. Aristóteles no habla de individuos en ese tratado, sólo de grupos de cosas o grupos de propiedades.

En este punto, Łukasiewicz (1957) destaca varias imprecisiones de Aristóteles al decir este que hay cosas individuales que no pueden predicarse de otras cosas; porque las cosas no se predican de cosas, sino los términos de términos, y, por otro lado, con respecto a individuos o términos singulares, podemos decir "este objeto blanco es Sócrates o aquello que se aproxima es Callas" (p. 5). De hecho, Łukasiewicz piensa que "es un gran defecto de la lógica aristotélica que los términos singulares [...] no tengan lugar en ella" (p. 6).

Definidos de esa forma lo que es una proposición y sus diferentes clases, así como lo que es un término como parte de las proposiciones, Aristóteles define lo que es un argumento:

---

[8] Los párrafos numerados canónicamente como en cualquier edición de esta obra de Aristóteles (s. IV a.C.) se refieren a los *Primeros Analíticos*.

[9] "Aristóteles no dice B está incluida en A, sino A pertenece a [se predica de] B. La relación no es de miembros de una clase, sino de atributo a sujeto" (Ross, 1957, p. 28)

> El **razonamiento** (*syllogismós*) es un enunciado en el que, sentadas ciertas cosas, se sigue necesariamente algo distinto de lo ya establecido por el simple hecho de darse esas cosas. Llamo Silogismo Perfecto al que no precisa de ninguna otra cosa aparte de lo aceptado para mostrar la necesidad de la conclusión. (ξ 24b)

Ahora bien, todo razonamiento, o silogismo, está compuesto de proposiciones, términos y conectores que unen los términos de diferentes formas, así como diferentes conectivas que unen proposiciones de formas diversas. Propondremos aquí una **simbología** propia para representar las constantes lógicas, o conectores, y las conectivas que Aristóteles describe con palabras. Esto con la idea de terminar de formalizar las proposiciones:

Constantes lógicas, conectores, o cópulas, entre términos

'A ⊇ B': significa "A se atribuye a toda B", donde '⊇' es transitiva, e implica que B ⊃ A
'A /⊇ B': significa "A no se atribuye a ninguna B", donde '/⊇' es simétrica y no transitiva
'A ⊃ B': significa "A se atribuye a alguna B", donde '⊃' es simétrica y no transitiva
'A /⊃ B': significa "A no se atribuye a alguna B", y no implica que B /⊃ A

Conectivas entre proposiciones

'&' es el símbolo para la conjunción que une dos proposiciones y es simétrico porque, aunque las premisas son diferentes ya que la primera es la mayor y la segunda es la menor, estas pueden intercambiarse como lo hace Aristóteles cuando convierte a la primera figura silogismos de la segunda o tercera figura[10].
'∼' es el símbolo para la negación de una proposición
'≈' significa "es equivalente a" y es una conectiva simétrica y no transitiva[11]
'⟹' es transitiva, pero no simétrica, y significa "es necesario que" ó "la consecuencia lógica es": ⊢
'/⟹' significa "no es necesario que", o "no se sigue que", y no es simétrica.

Las constantes lógicas y las conectivas se han simbolizado por diferentes autores de diferentes formas; y así tenemos las formalizaciones de Łukasiewicz, Corcoran; Ross, Sánchez Mazas y Englebretsen (1987), por mencionar sólo algunas. Frente a esa diversidad, adoptamos aquí las que empleamos en otra publicación (Ávila 2023, p. 24), por dos razones: 1) trata de seguir fielmente el texto de Aristóteles, incluso, en el orden del sujeto y el predicado, lo cual no es muy común; y 2) los símbolos que empleamos reflejan mejor su significado. Alguien que cumple con la primera condición, en el orden del predicado y el sujeto, es Candel (1995, tomo II, p. 90). Pero Candel no cumple la segunda condición ya que emplea las letras t, /t, u, /u para nuestras ⊇, /⊇, ⊃, /⊃. Entre los que invierten el orden del predicado y el sujeto están, por ejemplo, Smiley, Corcoran y Łukasiewicz (1957, p. 57), ya que usan Aab para B ⊇ A, etcétera.

Todo esto nos indica que el trabajo de Aristóteles trata de ciertas relaciones lingüísticas que generaliza con variables para los términos involucrados, pero sin formalizar sus conectivas, de manera que difícilmente podemos considerar ese trabajo como una teoría matemática que tenga alguna relación con otros elementos matemáticos. Aunque los silogismos tienen una estructura, como veremos en seguida, Aristóteles no se enfoca en la estructura misma, sino en las relaciones lingüísticas involucradas. Ciertamente la obra de Aristóteles puede matematizarse, como lo veremos con Boole, pero el caso es que la obra original de Aristóteles no es, al parecer, una teoría matemática.

Ahora bien, los argumentos que estudia Aristóteles en los primeros capítulos de los *Primeros Analíticos* son los *syllogismoús*. Un **silogismo** perfecto es:

---

[10] Véase adelante un ejemplo en el razonamiento asertórico de la segunda figura; y también puede verse esto en el inciso 5.2, punto 4, axioma I de Sánchez Mazas.
[11] Candel (1995, t. II, p. 90) usa el símbolo ⇔ para esta conectiva.

> Cuando tres términos se relacionan entre sí de tal manera que el último esté contenido en el término medio y el término medio esté contenido o no en el término primero, habrá un razonamiento perfecto entre los extremos (ξ 25b)

Esto se basa en la idea de que lo que vale para el género, vale para la especie contenida en el género. Podríamos decir que esto es lo que está implícito en los silogismos de la primera figura, que es la reina de las figuras, según Aristóteles. De ahí que algunos autores como Łukasiewicz (1957, axioma 3, p. 80) y Ross (1968, p. 53) ven esta idea como un axioma del sistema aristotélico, al igual que lo menciona Smiley (1973) como una de sus reglas de inferencia: "De Aab, Abc se infiere Aac" (p. 141).

Ciertamente esa afirmación de Aristóteles podría servir para organizar axiomáticamente la silogística; pero el caso es que Aristóteles no la usa como la base de un sistema deductivo, sino sólo como la idea subyacente para su sistema de deducción natural.

De acuerdo con las características de las constantes lógicas y las conectivas, descritas por Aristóteles con palabras y nosotros con símbolos que intentan expresar lo mismo, se pueden establecer las siguientes equivalencias entre proposiciones:

"Si ningún placer es un bien, ningún bien es un placer" (ξ 25a)
Si en ningún B se da A, en ningún A se da B
$(A\ /\!\supseteq B) \approx (B\ /\!\supseteq A)$, porque '$/\!\supseteq$' es simétrica

"Si algún bien es un placer, algún placer es un bien" (ξ 25a)
Si en algún B se da A, en algún A se da B
$(A \supset B) \approx (B \supset A)$, porque '$\supset$' es simétrica

"Si todo placer es un bien, algún bien es un placer" (ξ 25a)
Si en todo B se da A, en algún A se dará B
$(A \supseteq B) \Longrightarrow (B \supset A)$, por la definición de '$\supseteq$'

"Si hombre no se da en algún animal, no por ello animal no ha de darse en algún hombre" (ξ 25a)
Si A no se da en algún B, no por ello B no se da en algún A
$(A\ /\!\supset B)\ /\!\Longrightarrow (B\ /\!\supset A)$, por la definición de '$/\!\supset$'

Estas equivalencias le servirán a Aristóteles para transformar silogismos de la segunda y tercera figura en silogismos de la primera figura. "Hechas estas distinciones –dice Aristóteles–, digamos ya en virtud de qué, cuándo y cómo surge todo razonamiento" (ξ 25b).

La primera figura, cuando el término medio es sujeto en la premisa mayor y predicado en la menor, es la Reina de las Figuras a la cual pueden convertirse las demás,

Reglas para la primera figura

1) La premisa mayor debe ser **universal** positiva o negativa
2) La premisa menor debe ser **positiva** universal o particular.
3) La combinación de las constantes lógicas de las premisas da como resultado en la conclusión la constante lógica más débil, es decir, de universal y particular, resulta particular; y de positiva y negativa, resulta negativa.
4) La conclusión se forma con el sujeto de la premisa menor y el predicado de la premisa mayor.

Estas reglas están entresacadas de las explicaciones que da Aristóteles cuando cada combinación de las conectivas forma un argumento concluyente y cuando no. Para describir argumentos no válidos usa el método llamado *Ektesis*, (exposición) que consiste en explorar con un ejemplo si un elemento del sujeto de la premisa menor está claramente o no está en el predicado de la mayor. Si puede estar y no estar, no hay razonamiento. Por ejemplo: $(A \supseteq B)$ & $(B \not\supseteq C)$, A = animal; B = hombre; C = Caballo o Piedra o Libro (es decir, algo diferente de B = hombre). En este caso, C puede estar y no estar en A = Animal. Por lo tanto, no es un razonamiento concluyente.

En base a eso, los argumentos válidos de la primera figura son los siguientes:

"Si A se predica acerca de todo B y B se predica acerca de todo C, es necesario que A se predique de todo C" (ξ 25b,37). En nuestra simbología:

$$(A \supseteq B)$$
$$(B \supseteq C)$$
$$\Rightarrow (A \supseteq C)$$

porque '$\supseteq$' es transitiva

"Si A no se predica acerca de ningún B y B se predica de todo C, A no se dará en ningún C". (ξ 26a).

$$(A \not\supseteq B)$$
$$(B \supseteq C)$$
$$\Rightarrow (A \not\supseteq C)$$

por la regla 3

Si A se predica de todo B y B se predica de algún C, es necesario que A se predique de algún C.

$$(A \supseteq B)$$
$$(B \supset C)$$
$$\Rightarrow (A \supset C)$$

por la regla 3

Si A no se predica de ningún B y B se predica de algún C, es necesario que A no se predique de algún C

$$(A \not\supseteq B)$$
$$(B \supset C)$$
$$\Rightarrow (A \not\supset C)$$

por la regla 3

No hay argumento válido, por ejemplo, en los siguientes casos de la 1ª Figura

Si A se predica de toda B	$A \supseteq B$
y B no se predica de ningún C	$B \not\supseteq C$

No se concluye nada por la regla 2

A se predica de algún B	$A \supset B$
y B se predica de todo C	$B \supseteq C$

No se concluye nada por la regla 1

De esta forma podemos ver que el tratamiento de los silogismos se trata de un sistema de deducción natural, más que un sistema axiomático. Por ello serviría como fundamento a diversas axiomatizaciones al especificar ciertas reglas que permiten sacar conclusiones a partir de ciertas premisas.

La segunda figura:

> Cuando lo mismo se da, por una parte, en cada uno y por otra en ninguno, o cuando en ambos casos se da en cada uno o en ninguno, llamo a esto la segunda figura, y llamo término medio al predicado de ambas proposiciones y extremos acerca de lo que se dice este; extremo mayor al que se haya inmediato al medio y menor al más alejado del medio. (ξ 26b35)

"El razonamiento en esta figura no será perfecto, pero será posible" (ξ 27a). Por ejemplo:

Se predica B de toda A	$B \supseteq A$	a
No se predica B de ninguna C	$B \not\supseteq C$	e

∴ No se predica A de ninguna C $A \not\supseteq C$ e
que es equivalente a: $C \not\supseteq A$

Podemos convertir este silogismo aee de la segunda figura a un silogismo eae de la 1ª figura haciendo lo siguiente:

1) La segunda premisa se transforma en su equivalente:
   No se predica C de ninguna B $C \not\supseteq B$
2) La segunda premisa se convierte en la premisa Mayor
3) La primera premisa se deja como la Menor
   Se predica B de toda A $B \supseteq A$
4) Las premisas quedan así: $C \not\supseteq B$ e
   $B \supseteq A$ a
5) Se concluye como en la primera figura:
   ∴ No se predica C de ninguna A $C \not\supseteq A$ e
   que es equivalente a: $A \not\supseteq C$

Son válidos también haciendo transformaciones semejantes los silogismos de la segunda figura: eae, eio, aoo.

Reglas para la segunda figura

1) Tiene que haber una premisa universal
2) Tiene que haber una premisa positiva
3) Tiene que haber una premisa negativa
4) La conclusión es siempre negativa.

La tercera figura

Se forma la tercera figura cuando el término medio es sujeto en ambas premisas, por ejemplo:

A se da en todo B $A \supseteq B$ a
C se da en todo B $C \supseteq B$ a
∴ A se da en algún C $A \supset C$ i
que es equivalente a: $C \supset A$

Este silogismo aai de la tercera figura se puede convertir en aii de la primera figura de la siguiente forma:

1) La primera premisa se deja tal cual
   A se da en todo B $A \supseteq B$
2) La segunda premisa se transforma en su equivalente:
   B se da en alguna C $B \supset C$
3) Las premisas quedan así: $A \supseteq B$ a
   $B \supset C$ i
4) Se concluye como en la primera figura:
   ∴ A se da en alguna C $A \supset C$ i
   que es equivalente a: $C \supset A$

Son válidos también haciendo transformaciones semejantes los silogismos de la tercera figura: iai, aii, eao, oao, eio

Reglas para la tercera figura

1) Una de las premisas tiene que ser universal
2) Tiene que haber al menos una premisa positiva

3) Todas las conclusiones son particulares.

Fijándonos en los ejemplos de las conversiones de la segunda y tercera figura, advertimos que en ambos casos se llega a los siguientes esquemas:

2ª. Figura	3ª. Figura
$C \not\supseteq B$	$A \supseteq B$
$B \supseteq A$	$B \supset C$
$C \not\supseteq A$	$A \supset C$

Donde puede observarse que pertenecen a la primera figura y, más concretamente, a la idea de que lo que vale para el género, vale para la especie contenida en el género; que nosotros proponemos que es la idea subyacente a todos los silogismos aristotélicos.

Al final de la Primeros Analíticos, Aristóteles enuncia algunas reflexiones generales como las siguientes:

"Es también manifiesto que todos los razonamientos imperfectos llegan a conclusión a través de la primera figura" (ξ 29a, 20). Tal y como arriba lo hemos ejemplificado.

"Es preciso que en todo razonamiento [en las tres figuras] alguno de los términos sea predicativo y se dé lo universal; pues sin lo universal o no habrá razonamiento o no se referirá a lo establecido" (ξ 41b)

"Está claro que toda demostración se hará mediante tres términos, y no más" (ξ 41b).

Con lo cual, Aristóteles restringe su investigación a los silogismos, es decir, a los argumentos que relacionan tres conceptos mediante dos o más proposiciones, una de las cuales es universal y ella misma u otra es positiva; porque de dos premisas negativas o dos particulares no se puede concluir nada. Como sabemos, la lógica matemática moderna es más amplia al tratar de abarcar argumentos más complejos.

5. Los *silogismos aristotélicos* axiomatizados

Como lo hemos comentado, se han dado diversas axiomatizaciones de los silogismos aristotélicos, como la de Łukasiewicz mencionada arriba; no obstante, aquí presentaremos una llevada a cabo por Sánchez Mazas (1954) por ser muy clara, poco conocida, pero muy fácil de manejar en las deducciones.

> El silogismo asertórico –dice Bochenski– es con toda probabilidad el descubrimiento más importante de toda la lógica formal, pues no es sólo la primera teoría formal con variables, sino también el primer sistema axiomático construido. (Sánchez Mazas 1954, p. 97)

Como lo dijimos en el inciso 4, Aristóteles usa variables para representar los términos de una proposición; con lo cual da un primer paso para la simbolización de su teoría formal que nosotros intentamos completar en ese apartado. Con relación a la axiomatización que menciona Bochenski, podemos decir lo siguiente. Sin ser Aristóteles completamente explícito enumerando sus axiomas o definiciones en una lista, Sánchez Mazas (1954) enumera las principales ideas que usa el Estagirita en su tratamiento de las diferentes figuras del silogismo (Sánchez Mazas 1954, pp. 100-101):

1. Los términos diferentes deben ser tres
2. Ningún término puede tener en el consiguiente una cantidad superior a la que tiene en el antecedente.
3. El término medio no debe estar en el consiguiente
4. El término medio debe ser al menos una vez universal
5. Ambas premisas no pueden ser negativas
6. Si las premisas son ambas afirmativas, la conclusión no puede ser negativa

7. Si alguna de las premisas es negativa, la conclusión lo será; si alguna premisa es particular, la conclusión lo será
8. Las dos premisas no pueden ser particulares a la vez
9. Una proposición universal tiene como sujeto un término universal y viceversa
10. Una proposición particular tiene como sujeto un término particular y viceversa
11. Una proposición afirmativa tiene como predicado un término particular y viceversa
12. Una proposición negativa tiene como predicado un término universal y viceversa.

No obstante, como anota el mismo Sánchez Mazas (1954), este sistema de afirmaciones no es mínimo porque algunas se pueden deducir de otras y resulta poco práctico a la hora de aplicarlo en las deducciones. De ahí que él propone una axiomatización a partir de los siguientes cinco elementos:

1) Introduce la siguiente simbología:

- Las proposiciones las representa mediante dos letras, la primera para el sujeto y la segunda para el predicado, como Łukasiewicz, Corcoran y Smiley en orden contrario a Aristóteles: EF, PQ, XY,....
- El sujeto va con mayúscula si la cantidad es universal: X, Y, E,...
- El sujeto va con minúscula si la cantidad es particular: x, y, z,....
- El predicado va con minúscula si la cualidad es positiva: m, n, s...
- El predicado va con mayúscula si la cualidad es negativa: M, N, S...
- X' significa "no X"
- Cuando en una proposición no se especifica ni la cantidad, ni la cualidad, del sujeto o del predicado, estos se representan con números en vez de letras: 12.34, por ejemplo

De esa forma el cuadro de oposiciones queda como sigue:

Positivas	Negativas	
Xy	XY	Universales
xy	xY	Particulares

2) Define lo que es un silogismo al decir que se compone de tres proposiciones en el siguiente arreglo, que corresponde a la cuarta figura:

$$Xn.NT = XT$$

Donde las dos primeras proposiciones están unidas por un punto que representa la conjunción. A esas dos proposiciones se les denomina premisas y deben contener un término común: 'N', en este caso. Las premisas están unidas con la conclusión mediante el símbolo '=' que significa "implica" y no es simétrico a diferencia de la igualdad matemática; más bien, es equivalente al símbolo $\Longrightarrow$ que propusimos para la simbolización de los *Primeros Analíticos* en el inciso 4. Es decir, que la conclusión se desprende de las premisas y está compuesta por los términos que acompañan al término común en las premisas.

3) Describe con su simbología las cuatro figuras de los silogismos dependiendo de la colocación del término común:

Primera:	MX.YM
Segunda:	XM.YM
Tercera:	MX.MY
Cuarta:	XM.MY

4) Propone para todas ellas cinco AXIOMAS:

I-	Orden de las premisas:	12.34 = 34.12	
II-	Conmutatividad:	XY = YX	xy = yx
III-	de Positivo a Negativo:	1x = 1X'	
	de Negativo a Positivo:	1X = 1x'	
IV-	de Universal a Particular:	X1 = x1	
V-	Principio Deductivo:	1n.N2 = 12	

5) Finalmente, propone dos reglas:

- El signo '=' es transitivo, y no simétrico
- Si E = F se puede sustituir F en vez de E

Con esos 5 elementos, Sánchez Mazas (1954) efectúa la deducción de cada figura usando sus reglas y axiomas. Por ejemplo, el siguiente:

En la PRIMERA FIGURA: Mx.Ym   Todo hombre es mortal
Todo ser racional es un hombre

por el axioma I: Ym.Mx   Todo ser racional es un hombre
Todo hombre es mortal

∴ por el axioma V: Yx   Todo ser racional es mortal

De este modo se pueden deducir los 14 modos aristotélicos de las tres figuras, más los 5 de la cuarta figura y los 4 subalternos.

Como podemos ver, Sánchez Mazas rescata lo esencial de la silogística aristotélica, ya que toma su idea o axioma central (axioma V), y también utiliza la misma técnica que Aristóteles para hacer las conversiones de proposiciones y convertirlas todas a una sola.

A través de los axiomas, Sánchez Mazas (1954) convierte las tres primeras figuras del Silogismo a la cuarta figura; de la cual se obtiene la conclusión directamente mediante el Axioma V. Los otros cuatro Axiomas permiten cambiar el orden de las premisas (Axioma I); cambiar sujeto por predicado (Axioma II); cambiar de positivo a negativo y viceversa (Axioma III); y cambiar de universal a particular (Axioma IV).

Por cierto, Aristóteles había hecho algo parecido al convertir las figuras 2 y 3 a la 1, que él consideraba el argumento perfecto. A las otras figuras les llama razonamientos imperfectos. Aristóteles no consideró la cuarta figura porque tal vez pensó que era similar a la primera. En cuanto a los axiomas, el mismo Aristóteles da pie en los *Primeros Analíticos* a algunos de los axiomas de Sánchez Mazas:

- El Axioma II de Sánchez Mazas: (XY = YX) y (xy = yx) está tomado de:
  "Si ningún placer es un bien, ningún bien es un placer" (ξ 25a)
  "Si algún placer es un bien, algún bien es un placer" (ξ 25a)

- El Axioma IV de Sánchez Mazas: (XY = xY) y (Xy = xY) está tomado de:
  "Si todo placer es un bien, algún bien es un placer" (ξ 25a)

- El Axioma V de Sánchez Mazas: (Xn.NY = XY) está tomado de:
  "Cuando tres términos están entre sí en tal relación que el último está en la totalidad del medio y el medio esté o no en la totalidad del primero, es de necesidad que se forma silogismo completo con los extremos". (ξ 25b)

Aristóteles describe en este párrafo la primera figura; pero, si se intercambian las premisas, corresponde a la cuarta que es la que maneja Sánchez Mazas. De hecho, en la cuarta figura se sigue aplicando el principio de que lo que vale para el género, vale para la especie contenida en el género; que hemos propuesto como el axioma subyacente de todo silogismo.

Con sus axiomas, Sánchez Mazas puede probar todos los silogismos que acepta Aristóteles en sus tres figuras e, incluso, los de la 4ª figura y los subalternos; pero, además, de los axiomas de Sánchez Mazas se pueden deducir otros silogismos válidos, aunque no aristotélicos, como el siguiente:

Las premisas serían:	Ba.CB	a, e	Todos los perros ladran
			Los gatos no son perros
Por el axioma IV:	ba.CB		
Por el axioma II:	ab.BC		
∴ Por el axioma V:	aC	o	Algunos de los que ladran no son gatos

Este es un silogismo no aristotélico porque, siendo de la primera figura, la premisa menor es negativa y porque el sujeto de la conclusión se toma de la premisa mayor y el predicado de la menor, pero es válido y tiene sentido.

En conclusión, el sistema de Sánchez Mazas es un sistema axiomático porque entresacó de Aristóteles sus afirmaciones más importantes y las ordenó en un cuerpo de axiomas del que pueden deducirse lógicamente los silogismos válidos. Lo cual no significa, como dijo Bochenski, que el trabajo de Aristóteles está axiomatizado, sino sólo que puede axiomatizarse como lo hicieron Sánchez Mazas o Łukasiewicz.

6. La silogística aristotélica matematizada

Revisemos, ahora, la algebrización que hizo George Boole en 1847 y 1854. En el primer libro, Boole publicó un trabajo donde algebriza la lógica aristotélica, que perfeccionó en las *Leyes del Pensamiento* (1854). Sobre todo, en su segundo libro, lo que intenta hacer Boole, más que simbolizar directamente el trabajo de Aristóteles, como sí le hicimos nosotros en el inciso 4, es simbolizar directamente el pensamiento humano eligiendo símbolos y operaciones algebraicas para algunos de los diferentes actos del pensamiento. Esto lo lleva a cabo utilizando las operaciones básicas de la aritmética restringiéndolas a los números 0 y 1, y a la condición de que los grupos de cosas o propiedades, representados por letras minúsculas como variables, sean excluyentes, es decir, que los diferentes grupos, cuando se suman o restan, no tengan miembros en común; a lo cual, añade una ley propia de su sistema lógico: $x^n = x$; ya que si x representa un sujeto o un predicado no tiene sentido repetir n veces el sujeto o el predicado.

En el primer libro de 1847, el trabajo de Boole es más cercano a Aristóteles distinguiendo entre las diferentes figuras; mientras que en el segundo de 1854 se sumerge directamente en la tarea de simbolizar diferentes leyes del pensamiento buscando un razonamiento general con el cual resuelve argumentos en los capítulos XIII y XIV con 5, 6 ó 7 premisas usados por Espinoza y otros autores; mientras que en el capítulo XV analiza los silogismos aristotélicos de dos premisas y una conclusión. De hecho, sólo examinaremos estos y no los más complejos con más de dos premisas porque intentamos comparar la silogística de Boole con la de Aristóteles.

Respecto a eso, de acuerdo con Corcoran (2003):

> Aristóteles tiene un método de deducción que satisface los más altos estándares modernos de solvencia y completud; mientras que Boole tiene un método semiformal de derivación que no es ni solvente ni completo [...] porque es claro que su principal meta fue generar, o derivar, soluciones al conjunto de ecuaciones miradas como condiciones con incógnitas. (p. 261)

Indudablemente tanto la lógica de Aristóteles como la de Boole son las dos obras lógicas más importantes antes de la *Conceptografía* de Frege (1879). El de Aristóteles fue el primer sistema lógico existente, y el de Boole fue el primer tratamiento matemático de la lógica. No obstante, ambos tienen omisiones: es "difícil pasar por alto en Aristóteles el hecho de que no expresa coextensionalidad en proposiciones tales como los cuadrángulos son cuadriláteros" (Corcoran, 2003, p. 268); ni tampoco "reconoce el término 'universal', ni el término 'nada', que son importantes en la lógica moderna [...]; los cuales Boole si representó con el 1 y el 0 respectivamente" (p. 273).

Con ese propósito, lo primero que hace Boole en ambos libros es elegir ciertos símbolos y elementos algebraicos para representar diferentes actos del pensamiento:

1º Los símbolos literales como **x, y**, etc. representan cosas o cualidades. "Los signos apelativos o descriptivos expresan el nombre de una cosa, o el nombre de una cualidad o circunstancia perteneciente a él" (Boole, 1854, p. 27). Si el nombre es "hombre" por ejemplo, x representa "todos los hombres" o la clase "hombre". Una clase usualmente significa una colección de individuos". También las cualidades las representamos con una letra 'y', por ejemplo. Si 'y' significa "alto", xy significará "hombres altos". Si 'z' significa "mexicanos", 'xyz' significará "hombres mexicanos altos"

2º Los signos de operaciones, como **+, –, x**[12], establecidas para esas operaciones de la mente por las cuales la concepción de las cosas es combinadas o resueltas hacia la forma de nuevas concepciones.

3º El signo de identidad **'='**, es reflexivo, simétrico y transitivo

4º El símbolo '0' se comporta así: 0 **x** Y = 0; donde '0' significa Nada

5º El símbolo '1' se comporta así: 1 **x** Y = Y; donde '1' significa Universo[13]

6º La clase "no x" se expresa '1 – x', es decir, "todo lo que no es x"

7º 'v' representa los términos comunes a "x" y "y". Por ello 'x = vy', significa "toda "x" es una parte de "y". Esta es una proposición universal con predicado particular. El término "v" se comporta como los términos "x" ó "y".

8º El símbolo '0/0', en la Aritmética es un número indefinido, y en lógica significa una clase indefinida (Boole 1854, p. 89). Por ejemplo, si 'x' = mortal; y 'y' = hombre, 'x = y + 0/0(1 – y)' significa "los mortales son los hombres más el remanente indeterminado de no-hombres", que pueden ser muchos o ninguno.

En esta álgebra se aplican las leyes ordinarias de las operaciones de suma, resta, multiplicación, así como las leyes de la igualdad (=), y las Nociones Comunes de Euclides (s. III a.C.). "Estos símbolos de la Lógica son capaces de definir leyes parcialmente de acuerdo, y parcialmente diferentes con las leyes de los símbolos correspondientes en la ciencia del Álgebra" (Boole, 1854, cap. II, p. 27).

> Boole está de acuerdo con Aristóteles en que toda proposición simple está compuesta de tres constituyentes inmediatos: el término para sujeto, el término para predicado y el conector o cópula. (Corcoran 2003, p. 268)

Ahora bien, en Boole para formar las proposiciones se requiere sólo el verbo "ser", ya que con él pueden expresarse todas las proposiciones. Cuando digo, por ejemplo, Cesar conquistó la Galia, puedo decir Cesar **es** el que conquistó la Galia. Este verbo se expresa en su sistema lógico con el símbolo **'='**. Al decir 'x = y + z' quiere decir, por ejemplo, "los astros son las estrellas y los planetas". Esta expresión con '=' se comporta como en la aritmética; de manera que de ella se deduce que y = x – z.

---

[12] Boole no considera la operación de división (÷).

[13] "Representamos el Universo con el símbolo '1', o la unidad, que comprenderá toda clase concebible de objetos de existencia real o no. Establecemos como premisa que el mismo individuo puede encontrarse en más de una clase porque puede poseer más de una cualidad común con otros individuos" (Boole 1947, p. 51).

Aristóteles en sus cuatro conectores "incluye la simple relación lógica entre especies, a saber, inclusión y exclusión" (Corcoran 2003, p. 268). Eso convierte el sistema de Aristóteles "en una cadena de inferencias epistemológicamente inmediatas, es decir, en inferencias primitivas que son lógicamente evidentes por sí mismas" (p. 276). Mientras que el sistema de Boole, por otra parte, "involucra una larga e intrincada etapa de ecuaciones" (p. 276).

6.1 Silogismos

Boole (1847) resuelve los casos de los silogismos que son válidos tomando las dos premisas como un sistema de ecuaciones simultáneas y resolviéndolas como se hace en el Álgebra ordinaria. De hecho, se procede de la siguiente forma: básicamente, despejando el término común en una de las ecuaciones, se sustituye ese valor en la otra ecuación y se simplifica esta. Boole (1847, p. 84) presenta el siguiente ejemplo del Álgebra, donde 'y' representa el término común:

	1) $ay + b = 0$
	2) $a^*y + b^* = 0$
Si despejamos "y" de 2:	$y = -b^*/a^*$
Sustituyéndolo "y" en 1:	$a(-b^*/a^*) + b = 0$
Multiplicando esa ecuación por a*:	$-ab^* + a^*b = 0$
Multiplicando por −1:	$ab^* - a^*b = 0$

A lo cual Boole (1847, p. 85) añade: "todos los casos de eliminación que vamos a considerar serán reducibles al caso anterior remplazando las constantes a, a*, b, b* por funciones de x", y, z.

Veamos ahora dos ejemplos de solución de silogismos:

1) De la Primera Figura (aaa)

Premisa 1: Todas las y son x	$y(1 - x) = 0$
Premisa 2: Todas las z son y	$z(1 - y) = 0$
Quitando el paréntesis en 2:	$z - zy = 0$
Despejando "y" en esta ecuación:	$y = z/z$
Por la ley especial tenemos:	$y = z$
Sustituyendo ese valor en 1:	$z(1 - x) = 0$
Por lo tanto:	Todas las z son x

2) El caso (aa) para el que no existe inferencia valida en la segunda figura es:

Premisa 1: Todas las x son y	$x(1 - y) = 0$
Premisa 2: Todas las z son y	$z(1 - y) = 0$
Quitando los paréntesis:	$x = xy$
	$z = zy$
Despejando "y" en 2:	$y = z/z$
Sustituyendo ese valor en 1:	$x = x(z/z)$
Multiplicando por z ambos lados:	$xz = xz$
Pasando xz del otro lado de la igualdad:	$xz - xz = 0$
Resolviendo la resta nos queda	$0 = 0$
Por lo tanto:	No tiene solución

Con estos ejemplos podemos ver que Boole usando el álgebra ordinaria, restringida a los números 0, 1 y añadiendo la ley especial, traduce las oraciones básicas de la lógica aristotélica (a, e, i, o) a su expresión algebraica, y manipulándolas algebraicamente logra probar los argumentos válidos de las diferentes figuras.

En conclusión, el sistema de Boole es matemático porque está inscrito en lenguaje matemático y respeta el comportamiento algebraico de los elementos involucrado, sólo con algunas particularidades. En realidad, el sistema de Boole es una Algebra especial y, por consiguiente, es matemático. Nada de esto hace Aristóteles es su sistema y, por ello, no es un sistema matemático.

7. ¿Los silogismos aristotélicos son matemáticos y están axiomatizados?

Para ver si la silogística aristotélica está axiomatizada como lo sostienen Łukasiewicz (1957), Bochenski (1968), Ross (1957), Candel (1995) y, al parecer, Sánchez Mazas (1954), analicemos las siguientes características del trabajo de Aristóteles.

A) Aristóteles inicia con las definiciones de proposición, término y silogismo,
B) Presenta algunas proposiciones equivalentes, que le servirán para hacer conversiones en los silogismos.
C) Dice, aunque con otras palabras, que lo que vale para el género, vale para la especie contenida en el género. Esto lo expresa con el universal de la primera figura, Łukasiewicz (1957) lo presenta como su axioma 3, Sánchez Mazas (1954) como su axioma V, y Smiley (1973) como la primera regla de inferencia de su sistema.
D) Dice que la primera figura es la reina de las figuras y a la que deben convertirse las demás,
E) Expone cada silogismo de manera individual mostrando que o bien pertenece a la primera figura y por (C) es concluyente, o puede convertirse a la primera figura para que sea concluyente.
F) Los casos no concluyentes los resuelve por su método de *Ektesis*, que consiste en proponer un contraejemplo para mostrar que puede tener un resultado u otro contrario.

Hasta aquí, podemos ver que ciertamente Aristóteles se apoya en una idea central que podríamos llamar axioma y, por lo cual, varios autores se han inclinado por ver el trabajo de Aristóteles como un trabajo axiomatizado. Pero, a diferencia de cualquier axiomatización como las de Euclides, Hilbert, Łukasiewicz o Sánchez Mazas, por ejemplo, el trabajo de Aristóteles no está ordenado a partir de axiomas o definiciones y teoremas. Aunque, ciertamente puede axiomatizarse y es, justo, lo que han hecho varios autores.

En resumen, a nuestro parecer, los *Primeros Analíticos* no es un trabajo axiomatizado porque no parte de axiomas y, aunque inicia con algunas definiciones, de estas no se desprenden los silogismos válidos como teoremas, sino que funcionan al igual que otras indicaciones para cada figura como reglas de inferencia.

A nuestro parecer, el de Aristóteles es, como dicen Corcoran (1974b) y Smiley (1973), un sistema natural de deducción, es decir, “como lo más fundamental de toda deducción en el sentido que no presupone otra lógica” (Corcoran 1974b, p. 93); o, con otras palabras, es la lógica subyacente a diversas axiomatizaciones, y esto, por las siguientes razones:

A) Establece que un argumento está compuesto de proposiciones, términos, conectores y conectivas, a partir de lo cual define una cierta estructura gramatical.
B) Establece de una vez y para toda la lógica formal que la validez de un silogismo descansa en su estructura gramatical y no en el contenido de las proposiciones involucradas.
C) Establece que en todo argumento debe de haber un término que enlace otros dos términos
D) Establece que lo que vale para el género, vale para la especie comprendida en ese género.

En conclusión, nos parece por las razones dadas que la silogística aristotélica no es un trabajo axiomatizado de origen; pero ciertamente puede axiomatizarse ganando en claridad acerca de cuáles son las ideas principales que sustentan el trabajo de Aristóteles. De forma análoga, pensamos que los silogismos son argumentos (*apodeixis*) que fue el objeto de estudio de Aristóteles, tal como lo expresó el mismo Aristóteles[14] y lo piensan Smiley y Corcoran, más que condicionales como los piensa Łukasiewicz.

Ahora bien, con respecto a si el trabajo de Aristóteles es un tratado matemático como lo sostienen Łukasiewicz, Bochenski, e, incluso, Corcoran,[15] tomando en cuenta lo dicho en el inciso 2, sostenemos que la Silogística de Aristóteles no es matemática porque no es un objeto matemático reconocible; es decir que esté descrito en términos de los fundamentos de la matemática; ya que Aristóteles habla sólo de géneros y especies, es decir, de propiedades. Este es el mismo caso del trabajo de Sánchez Mazas, ya que este también habla de propiedades. No obstante, el hecho de que los trabajos originales de Aristóteles y Sánchez Mazas no sean matemáticos, no implica que no puedan matematizarse, que fue justo lo que hizo Boole.

Bibliografía

Aristóteles (s. IV a.C.), "Analíticos Primeros", en *Tratados de Lógica* (*Órganon*) (trad. de Miguel Candel Sanmartín), tomo II, Madrid: Editorial Gredos, 1995, pp. 93-297.

Ávila, A. (2017), *Una visión cuasiempirista de la matemática,* México: Colofón.

Ávila, A. (2023), "¿Descubrir la estructura lógica de una teoría implica matematizarla?, *Stoa* 14(27): 17-33.

Bochenski, L. M. (1985), *Historia de la lógica formal* (trad. de Millán Bravo Lozano), Madrid: Editorial Gredos.

Boole, G. (1847), *Análisis matemático de la lógica* (trad. de Armando Asti Vera), Buenos Aires: Universidad Nacional de la Plata, 1960.

Boole, G. (1854), *An Investigation of the laws of thought,* London: Walton and Maberly.

Candel, M. (trad.) (1995), *Tratados de Lógica (Organón)* de Aristóteles, tomo II, Madrid: Editorial Gredos.

Cantor, G. (1883), "Foundation of a General Theory of Manifolds" (trad. de Uwe Parpart), *Compaigner* 9 (1976): 69–96.

Corcoran, J. (1974a), "Aristotelian Syllogisms: Valid Arguments or True Universalized Conditionals?", *Mind* 83(330): 278- 81.

Corcoran, J. (1974b), "Aristotle's Natural Deduction System", en Corcoran, J. (ed.), *Ancient Logic and Its Modern Interpretations*, Dordrecht: Reidel, pp. 85-132.

Corcoran, J. (1992), "El nacimiento de la lógica: la concepción de la prueba en términos de verdad y consecuencia", *Ágora* 11(2): 67-78.

Corcoran, J. (2003), "Aristotle's *Prior Analytics* and Boole's *Laws of Thought", History and Philosophy of Logic* 24: 261-288.

Englebretsen, G. (1996), *Something to Reckon with Logic of Terms,* Canada: University of Ottawa Press.

Euclides (s. III a.C.), *The Thirteen Books of the Elements*, en *Great Books of the Western World of the Encyclopedia Britannica* (trad. de Sir Thomas L. Heath), Vol. 11, Chicago: William Benton, Publisher, 1952, pp. 1-396. (Versión castellana de Juan D. García Bacca: *Elementos de Geometría* (precedidos por *Los fundamentos de la Geometría* de David Hilbert), México: UNAM, 1992.

Frege, G. (1879), *Conceptografía, Los Fundamentos de la Aritmética y otros Estudios Filosóficos* (trad. de Hugo Padilla), México: UNAM, 1972.

Gillings, R. J. (1972), *Mathematics in the time of Pharaons*, NY: Dover Publication.

[14] "Digamos primero sobre qué es la investigación y a qué corresponde, aclarando que es sobre la demostración (*apodeixis*) y corresponde a la ciencia demostrativa" (ξ 24a10)

[15] "Aristóteles es, con mucho, más científico y matemático porque toma su sistema deductivo como un objeto de interés científico" (Corcoran 2003, p. 277)

Mueller, J. (1981), *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements,* NY: MIT Press.

Neugebauer, O. (1957), *The Exact Science in Antiquity*, Providence, Rhode Island: Brown University Press.

Łukasiewicz, J. (1957), *Aristotle's Syllogistic*, Oxford: Clarendon Press.

Ross, W.D. (1957), *Aristotle's Prior and Posterior Analytics,* Oxford: Clarendon Press.

Sánchez Mazas, M. (1954), "La teoría del silogismo desarrollada en forma de álgebra", *Theoria* 7/8: 95-104.

Smiley, T.J. (1973), "What is a Syllogism?", *Journal of Philosophical Logic* 2: 136-154.

Wittgenstein, L. (1922), *Tractatus Logico-philosophicus* (trad. de Enrique Tierno Galván), Madrid: Alianza Universidad, 1980.